

جلد اول

ریاضیات تجربی

و حسابان جامع

بانک تست + پاسخ تشریحی + درسنامه‌های کاربردی

مباحث مشترک پایه دهم، یازدهم و دوازدهم

هرکول

آریان حیدری، میلاد منصوری، علی منصف شکری

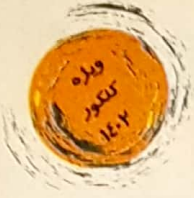


Hercule



کلاتدینو

کارشناس علمی: سعید عزیزی



کلاسیکو

آریان حیدری، میلاد منصور، علی منصف شکری

هرکول



Hercule



کارشناس علمی: سعید عزیزی

ریاضیات تجربی

و حسابان جامع

مباحث مشترک پایه دهم، یازدهم و دوازدهم

بانک تست + پاسخ تشریحی + درسنامه

دستیاران تألیف: امین خوانین زاده، حامد علیخانی، احسان غیائی

ریاضیات تجربی و حسابان جامع هرکول

عنوان کتاب

انتشارات راه اندیشه

ناشر

علی منصف شکری، آریان حیدری

مدیران تألیف

آریان حیدری، میلاد منصوری، علی منصف شکری

مؤلفان

امین خوانین زاده، حامد علیخانی، احسان شهبانی

دستیاران تألیف

مدرجان جلال

مدیر فنی و هنری

سارا کریمی

رسام

۹-۴۰۸-۴۹۱-۹۶۴-۹۷۸

شابک

اول

نوبت چاپ

۱۰۰۰ جلد

تیراژ

چاپ انتخاب رسانه

لیتوگرافی و چاپ

۴۵۰۰۰ تومان

قیمت

سرشناسه

حیدری، آریان

عنوان و نام پدیدآور

مباحث مشترک ریاضیات تجربی و حسابان جامع هرکول / مؤلفان: آریان حیدری، میلاد منصوری، علی منصف شکری

مشخصات نشر

تهران: راه اندیشه، ۱۴۰۱

مشخصات ظاهری

۷۳۰ ص، ۲۹ × ۲۲ س م

شابک

۹-۴۰۸-۴۹۱-۹۶۴-۹۷۸

وضعیت فهرست نویسی

فیبای مختصر

شناسه افزوده

منصوری، میلاد ۱۳۶۸

شناسه افزوده

منصف شکری، علی، ۱۳۵۴

شماره کتابشناسی ملی

۸۹۴۹۸۸۱

اطلاعات رکورد کتابشناسی

فیبا

از هر ۴ کوهنوردی که در ۱۰۰ سال اخیر برای فتح قلّه K2 این پیچیده‌ترین، فنی‌ترین و سخت‌ترین قلّه زمین - به سمتش رفته اند، یک نفر جان باخته است!!! ولی همچنان فتح این قلّه و این چکاد رفیع، رویای بسیاری است ...

اگر این سرسختی و جاه‌طلبی بشر نبود، همچنان هنوز در غار زندگی می‌کردیم و بزرگترین دستاورمان شاید همان جای دستی بود که از خود بر بدنه غارها به جامی گذاشتیم! اما بشر با جان سختی فراوان به هر رویایی که در سر می‌پرورانده، رسیده است... اگر به داستان کوهنوردانی که موفق به فتح K2 شده‌اند خوب دقت کنید به یک نکته شگفت‌انگیز در زندگی خواهید رسید، این افراد فقط و فقط یک هدف داشتند و آن هدف تنها فتح قلّه K2 بود، آن‌ها هیچ نقشه جایگزین دیگری (پلن B) را در ذهن خود نداشتند، [که اگر فتح این قلّه میسر نشد به جایش قلّه دیگری را فتح کنند]، آن‌ها عزم صعود به پیچیده‌ترین قلّه جهان را داشتند و فقط به آن فکر می‌کردند، داشتن نقشه جایگزین برای کسانی که هدفی را دنبال می‌کنند، چیز خطرناکی است و عملاً نمی‌گذارد روی نقشه اصلی درست تمرکز کنند، با داشتن پلن دوم عملاً به خودتان می‌گویید اگر نقشه‌ام کار نکرد یک نقشه جایگزین دارم.

انسان زمانی بهترین عملکرد را دارد که هیچ راه نجاتی نداشته باشد و تنها روی یک هدف متمرکز شود

شما با داشتن پلن B (راه فرار) شانس موفقیت در هرکاری را از دست می‌دهید، پس دوست من فکر کن هیچ راه نجات و نقشه دومی وجود ندارد، تمام انرژی و ذهنت را روی رویایی که در سر داری متمرکز کن مطمئن باش حتماً موفق خواهی شد.

ما در مسیر فتح قلّه تا آخرین روز در کنار تو هستیم،

اما آنکس که باید گام بردارد و به فتح قلّه خطر کند فقط تو هستی....

سروش عرب‌شاهی

بانگ تست در منبعی هر کول بر شک یکی از غنی‌ترین، کامل‌ترین و باکیفیت‌ترین منابع ریاضی حال حاضر کشور است. نه به این خاطر که ما آن را تألیف کرده ایم بلکه به واسطه تیم عجیب و غریب و کم نظیری که در این مجموعه کنار هم جمع شده‌اند، که جا دارد از همه این عزیزان تقدیر و تشکر و قدر دانی نماییم. مخصوصاً از جناب آقای سروش عربشاهی مدیریت مجموعه کلرینو، خانم مرجان جلال مدیر فنی و هنری این مجموعه و همچنین همکاران عزیز که در ویرایش این کتاب ما را همراهی کردند:

F. Sajadii	فاطمه سادات سجادی
A. Soltani	امیر محمد سلطانی
E. Moghadam	الهام طلیحانی مقدم
S. Mortazavi	سعید مرتضوی
A. Hakimi	عباس حکیمی
M. Safavi	محمد رضا صفوی
F. SHadaloii	فاطمه شادالویی

و تشکر ویژه از دستیاران تألیف:

Amin KHavaninzadeh	امین خواندین‌زاده
Hamed Alikhani	حامد علیخانی
Ehsan ghiasii	احسان غیاسی

موفق باشید...

تابع

۸

۱

مثلثات

۹۸

۲

توابع نمایی و لگاریتم

۱۱۶

۳

حد و پیوستگی

۱۴۰

۴

مشتق

۱۷۸

۵

رسم شماتیک نمودارها

۲۱۸

۶

کاربرد مشتق

۲۲۶

۷

هندسه تحلیلی

۲۴۸

۸

معادله و نامعادله

۲۶۲

۹

تابع درجه دوم

۲۸۲

۱۰

عبارات جبری

۲۹۴

۱۱

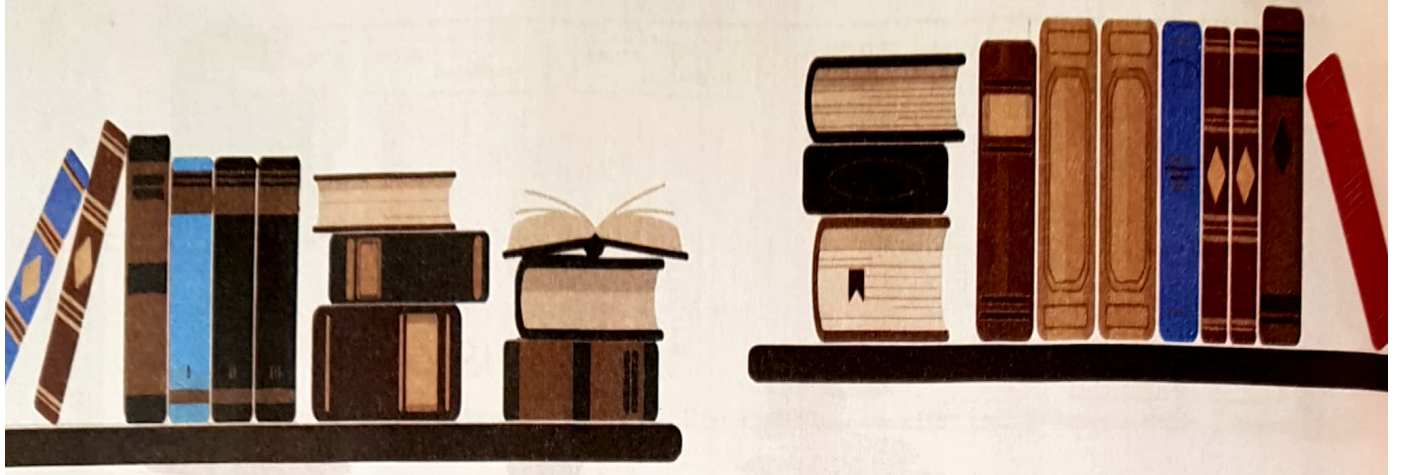
الگو، دنباله، مجموعه

۳۱۰

۱۲

۳۲۲

پاسخنامه تشریحی

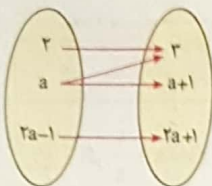


بیش سوالات

شماره ۳۴۶۲ قسمت



۹ اگر نمودار پیکانی تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، مقدار $f(3)$ کدام است؟



۴ |۱

۶ |۱

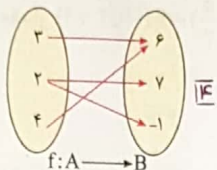
۵ |۴

۷ |۳

۱۰ کدام یک از گزینه‌های زیر، یک تابع را معرفی می‌کند؟

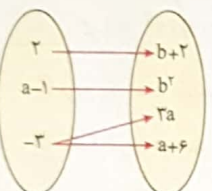
۱ | $f = \{(4, 2), (-1, 2), (3, 5), (\sqrt{16}, 3)\}$

۲ | رابطه‌ای که هر عدد مثبت را به ریشه‌های دوم آن نسبت می‌دهد.



۳ | رابطه بین افراد و وزن آن‌ها در یک زمان معین.

۱۱ اگر نمودار پیکانی مقابل یک تابع باشد، آنگاه بیشترین مقدار ممکن برای ab کدام است؟



-۳ |۱

۶ |۱

۱۲ |۴

۳ |۳

۱۲ کدام یک از موارد زیر معرف یک تابع بر حسب متغیر مستقل x است؟

۱۳ | $\sqrt{y^2} = x$

۱۱ | $y = \sqrt{x^2}$

۱۴ | $[y] + [x] = 0$

۱۳ | $x + |y| = 0$

۱۳ در کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌توان نتیجه گرفت $f(x)$ الزاماً یک تابع است؟

۱۲ | $f(x^2+1) = x^2+2$

۱۱ | $f(4x+3) = 2x+3$

۱۴ | $f(|x|) = x^2+3$

۱۳ | $f([x]) = x$

۱۴ چه تعداد از ضابطه‌های زیر، y را به عنوان تابعی از x تعریف می‌کنند؟

۱۳ | $y = \begin{cases} x+1 & ; x \geq 2 \\ 2x & ; x \leq 2 \end{cases}$

۱۲ | $x = \begin{cases} 2y & ; y > 1 \\ y+3 & ; y \leq 1 \end{cases}$

الف | $x = \sqrt{y-2} + \sqrt{2-y}$

سه |۴

دو |۳

یا یک |۲

صفر |۱

۱۵ در چه تعداد از روابط زیر y تابعی بر حسب متغیر مستقل x است؟

د | $y^2 - 2y + 1 + x^2 = 0$

الف | $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -2$

ب | $f(x^2) = x$ | الف | $|y-2| + 3 - x = 0$

۴ |۴

۳ |۳

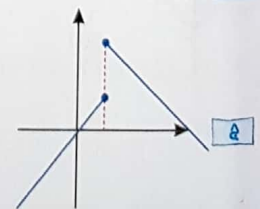
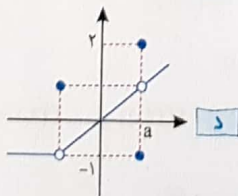
۲ |۲

۱ |۱

۱۶ از بین نمودارها و ضابطه‌های زیر، چه تعداد از آن‌ها با حذف یک نقطه تبدیل به تابع می‌شوند؟

ب | $|x| = |y|$

الف | $|x| = |y|$



سه |۴

دو |۳

یک |۲

صفر |۱

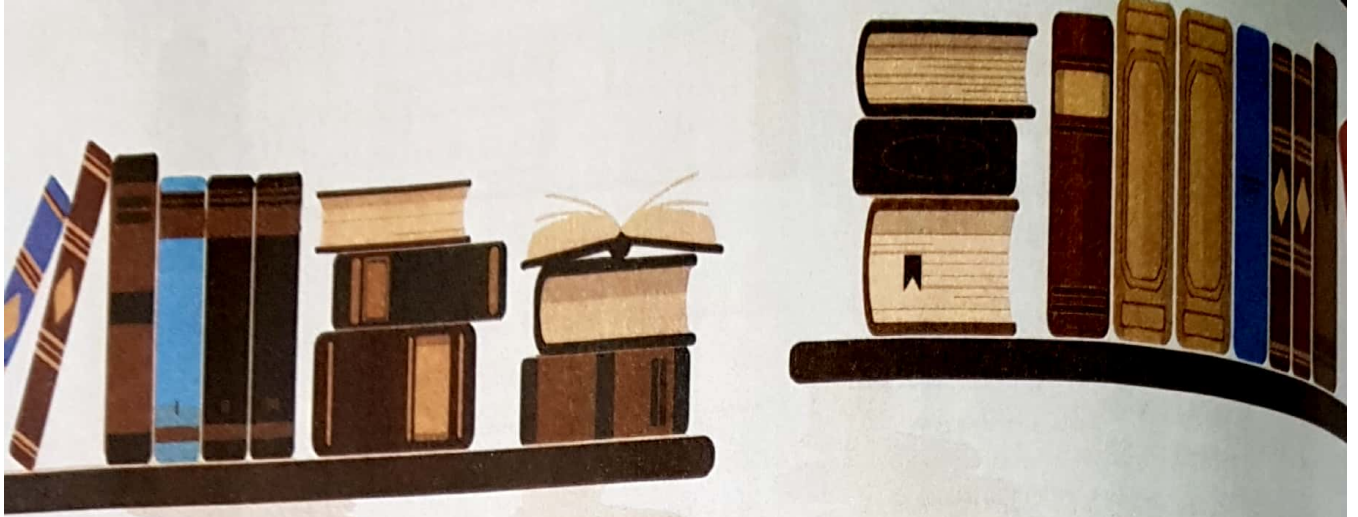
۱۷ اگر A مجموعه‌ای m عضوی و B مجموعه‌ای n عضوی باشند، چند تابع از مجموعه A به مجموعه B می‌توان تعریف کرد؟

۱۴ | $m \times n$

۱۳ | $m + n$

۱۲ | n^m

۱۱ | m^n



پاسخنامه

تشریحی



خلینو

دقت کنید که هویپیتال روی رادیکال ها سخت است. اول مسئله را به * می رسانیم و سپس به سراغ هویپیتال می رویم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2+x-2} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{2\sqrt{x+3}} = \frac{1}{12}$$

۱۵۶۳ مستقیم سراغ هویپیتال می رویم:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}+1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} = \frac{\frac{1}{3}+1}{\frac{1}{12}} = 14$$

۱۵۶۴ با هویپیتال رفع ابهام می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^4+16x^3+3x^2}{1+\frac{1}{2\sqrt{x+15}}} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

۱۵۶۵ دقت کنید که در اینجا حد به ۰ میل نمی کند و لذا نباید هویپیتال بگیریم. حد به سادگی و با عددگذاری به دست می آید:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-x}{x^2-4x+2} = \frac{2-1}{1-4+2} = \frac{1}{-1} = -1$$

۱۵۶۶ حد ۰ است و با هویپیتال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+\sqrt{3x+1}-2}{\sqrt{x+3}-\sqrt{4x}} \stackrel{H}{=} \frac{1+\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}}{\frac{1}{2\sqrt{x+3}}-\frac{4}{2\sqrt{4x}}} = \frac{1+\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}-1} = \frac{\frac{7}{4}}{-\frac{3}{4}} = -\frac{7}{3}$$

۱۵۶۷ با هویپیتال رفع ابهام می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-5x-6}{\sqrt[3]{4x}-x} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3-5}{\frac{4}{3\sqrt[3]{16x^2}}-1} = \frac{32-5}{\frac{4}{3 \times 4}-1} = \frac{27}{-\frac{2}{3}} = -40.5$$

۱۵۶۸ حد به ۰ میل می کند. از قاعده هویپیتال استفاده می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-x+1}{\sqrt{4-x}-1} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}-1}{\frac{-1}{2\sqrt{4-x}}-1} = \frac{-\frac{3}{4}}{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$$

۱۵۶۹ ابتدا قدر مطلق را تعیین تکلیف می کنیم سپس با هویپیتال رفع ابهام می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{2x+4}{\sqrt{x+10}-|x|} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{2x+4}{\sqrt{x+10}+x}$$

$$\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{2}{\frac{1}{3\sqrt{(x+10)^2}}+1} = \frac{2}{\frac{1}{3 \times 4}+1} = \frac{24}{13}$$

است. در این مواقع بهتر است که صورت و مخرج کسر را در مزدوج صورت ضرب کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}-2)(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}+2)}{(x-4)(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}-4}{(x-4)^2} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2+\sqrt{x}}-2}{x-4}$$

دوباره ضرب در مزدوج:

$$\frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{2+\sqrt{x}}-2)(\sqrt{2+\sqrt{x}}+2)}{(x-4)(\sqrt{2+\sqrt{x}}+2)} = \frac{1}{16} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2+\sqrt{x}-4}{x-4}$$

$$= \frac{1}{16} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} \stackrel{H}{=} \frac{1}{16} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{64}$$

۱۵۷۱ حد به ۰ میل می کند و هویپیتال بهترین کار برای رفع ابهام است:

$$\lim_{x \rightarrow 125} \frac{\sqrt{x}+\sqrt{x+3}-7}{\sqrt{x-4}-11} = \lim_{x \rightarrow 125} \frac{\frac{1}{3\sqrt{x^2}} + \frac{1}{7\sqrt{(x+3)^6}}}{\frac{1}{2\sqrt{x-4}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{75} + \frac{1}{448}}{\frac{1}{1680}} = \frac{5753}{1680}$$

۱۵۷۲ ابتدا قدر مطلق را تعیین تکلیف می کنیم سپس با هویپیتال رفع ابهام می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x-5}}-7-2}{x|x|-81} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x-5}}-7-2}{x^2-81}$$

$$\stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x-5}}}{2x} = \frac{1+\frac{1}{4}}{18} = \frac{5}{18} = \frac{5}{288}$$

۱۵۷۳ اگر $x=1$ را در $\sqrt{x-1}$ عددگذاری کنیم به $\sqrt{0}$ می رسیم. متأسفانه وقتی $\sqrt{0}$ داریم هویپیتال از کار می افتد. در این مسائل باید از اتحادها کمک بگیریم.

در مورد عبارت مخرج دقت کنید که:

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-1 = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} = \sqrt{x-1}+1$$

در نتیجه حد به این صورت است:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{x-1}+1-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)}{\sqrt{(x-1)}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} = 0$$

۱۵۷۴ مخرج $\sqrt{0}$ است. پس مجاز به استفاده از هویپیتال نیستیم پس

به سراغ اتحاد اول (مربع دو جمله ای) می رویم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+2}-x}{\sqrt{(x-2)^2}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+2}-x}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+2}-x}{x-2}$$

تذکره